



## 第3章 ボーナス資料

### - 序章 -

主要コースでは意図的に内容を簡単にしましたが、もっと多くの問題や様々な議論、解説が欲しいと思いませんか？もしそうであれば、この資料はあなたに最適な内容です！このファイルには、第3章のアクティビティに関連する資料がおさめられています。

パズルの解答例や、どうやって答えに導くかの説明をたくさん提供します。EFM(Early Family Math)プログラムは、EFM(Early Family Math)プログラムは家族が一緒に行うべきものであり、お子さんと親と一緒にパズルをすることがプロセスの重要な部分であるという理念に基づいています。各ゲームの内容をマスターしたら、ほとんどのゲームはあなたにとって簡単にデザインされていることがわかるはずです。

各パズルには異なる難易度があります。最も簡単なパズルから始めるのが効果的です。難しすぎるパズルから挑戦してイライラするよりも、簡単なパズルから始めて成功体験を得る方がお子さんのモチベーションに繋がります。お子さんが算数に自信を持ち、興味を持てるようになったら、徐々に難易度を上げていきます。すべてのパズルにお子さんが興味を持つわけではないため、子供たちにすべてのパズルを完了させる必要はありません。

この章には次の内容が含まれています。

- 第3章 - 形の和
- 第3章 - 倍増ニムゲーム
- 第3章 - 偶数と奇数の数え方
- 第3章 - グループの合計
- 第3章 - 動物園の救出
- 第3章 - 最も可能性の高い和
- 第3章 - 数独のバリエーション
- 第3章 - 何通りの方法
- 第3章 - カードの順番
- 第3章 - 差のピラミッド

---

### - 法律情報 -

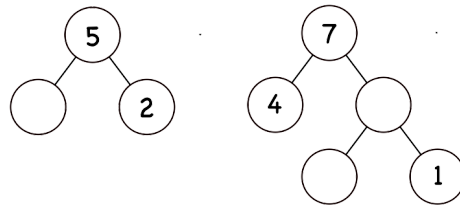
すべての家族は、一緒に数学を学び、楽しむ機会を持つべきです。この目的のために、「Early Family Math」には、家族や教育者が非営利目的でのみ許可なく編集、翻訳、複製、および配布できる数学教材のコレクションが含まれています。

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2026 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

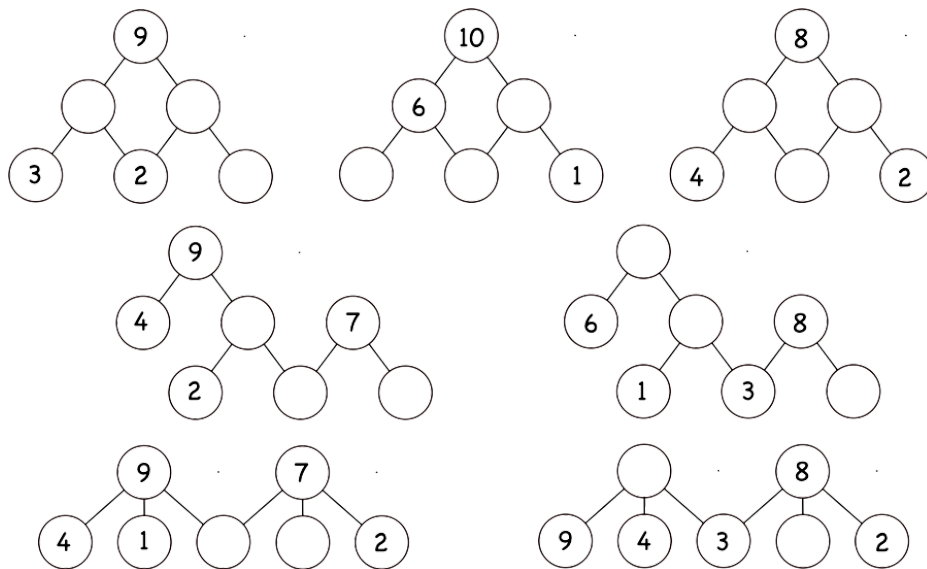
## 第3章 - 形の和

これらのパズルは、上方向に連結された番号付きの円を使用しており、すべての円は、その円に直接つながっている下にあるすべての円の合計です。

円が最初から埋められていればいるほど、パズルは簡単になります。以下に、簡単に解ける2つの例を示します。



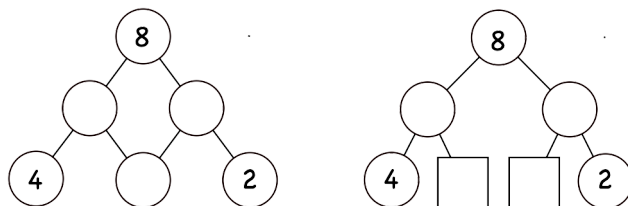
これらのパズルは、1つの円を複数の方向に使用するほど難しくなります。最初の行の右端のパズルを除き、次の7つのパズルはすべて直接計算です。右端のパズルは、真ん中の1つの円が、その上にある2つの未知の円と共有されているため、より複雑です。このパズルでは大きい数字を使っていないため、少し試行錯誤すれば簡単に解くことができます。



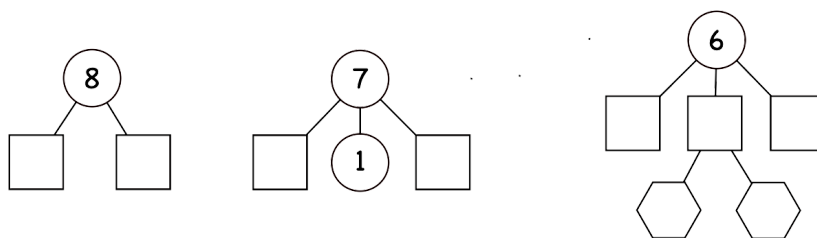
これらのパズルに複雑さを加えるもう1つのオプションは、円以外の形状を使用することです。円内の数字は、他の円や他の形状の数字と同じであっても、異なっても構いませんが、非円形の数字は、同じ形の他のすべての数字と同じでなければなりません。たとえば、すべての正方形の数字が同じであるとします。また、形状が異なる2つの非円形図形は異なる値を持つ必要があるというルールを追加することもできます。たとえば、正方形と六角形は異なる値を持つ必要があります。

質問を作成するときは、まず各図に数字を入力し、次にそこからいくつかの数字を削除する必要があります。パズルに繰り返しの数字がある場合は、繰り返しの数字を円から四角形またはその他の形状に変更します。

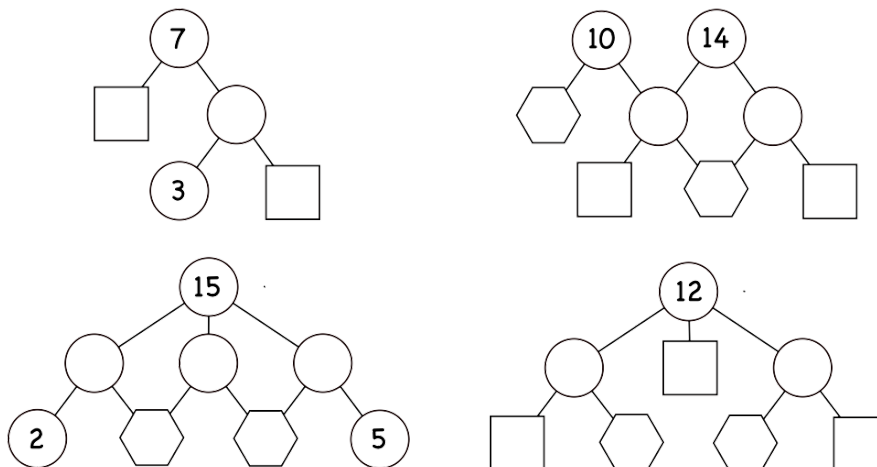
次の2つの項目は、2つの方向から円を一緒に使用する場合と、円を2つの正方形に置き換える場合との間での解く人の心理的反応の違いを示しています。2つの問題は本質的に同じですが、解く人にとっては最初の問題の方が理解しやすく、解決しやすいでしょう。非円形のより複雑なパズルに挑戦する前に、お子さんに円のみでのパズルで練習をさせてください。



次の3つの同様の質問は、同じ2つ、または3つの数の足し算の練習に役立ちます。



ここでは、非円形を使用した難しい問題の例をいくつか示します。お子さんがこれらのパズルを気に入ったなら、他にもたくさんのバリエーションがありますので、ぜひ試してみてください。



## 第3章 – 倍增ニムゲーム

### – 一つの山 –

開始時の合計値を設定します。例えば20です。お子さんは先攻か後攻かを選べます。最初のターンでは、プレイヤーは現在の合計から1または2を引くことを選びます。最初のターン後、プレイヤーは1から最後のターンで使用した数の2倍までの任意の数字を引くことができます。最初に0に到達した人が勝ちです。

このゲームにはバリエーションがあります。その一部を以下に紹介します。

- 最初に目標に到達した人が負けとします。
- 1から2の範囲ではなく、初期範囲は1から目標数字より1つ少ない数(または2つ少ない数)とします。
- 0から始めて、最初に目標に到達した人が勝ち(または負け)となるように、引き算ではなく足し算の練習をします。
- 初期制限は目標の数字より1つ少ない(または2つ少ない)数字とし、最後のターンで使用した値を2倍にするのではなく、最後のターンの値を制限値として使用します。
- 初期リミットは目標数より1つ(または2つ)少なく、最後のターンの使用値を2倍にする代わりに、最後のターンの値の3倍を使用します。

ご覧の通り、さまざまなバリエーションがあります。独自のファミリールールを作るのも面白いかもしれません。

ほとんどの場合、これらのアレンジを加えると、各手に対して固定の選択肢を使用する基本のルールよりもはるかに分析が困難になります。

### – 複数の山 –

このゲームの新しいバージョンを作るもう一つの方法は、複数の山を使うことです。このバージョンでは、トークン(小石や食べ物の切れ端)をいくつかの山に分けて用意します。例えば、1つの山に12個、もう1つの山に8個のトークンを置きます。標準的なルールでは、トークンをいくつでも取ることができますが、それらはすべて1つの山から取らなければなりません。

このゲームの別のバージョンは以下の通りです。

- 山を2つ以上用意します。
- すべての山から同じ数のトークンを取ることもできるようにします。
- 選んだ山から同じ数のトークンを取ることもできるようにします。
- 一番大きな山からしかトークンを取ることができないようにします。

お察しの通り、このゲームにはさらに多くのバージョンがありますが、今のところはこれで十分でしょう！

## 第3章 – 偶数と奇数の数え方

### – 基本設定 –

少量の数字カードを使って、少量の数について考えてみましょう。最初は3枚のカードを使い、お子さんがこの調査を楽しんでいるようであれば、後でカードの枚数を増やします。

数字は1、2、3とします。問題は、ランダムに2枚のカードを選んで足したとき、偶数になる可能性と奇数になる可能性のどちらが高いかということです。

これについて調べるには2つの方法があります。1つは実験を行う方法です。カードを混ぜてからランダムに2枚のカードを選び、その合計が偶数か奇数かを確認します。実験が終わるごとに、紙の適切な列にチェックマークを付け、偶数と奇数の結果を数えます。

2つ目の方法は、奇数になる場合と偶数になる場合の数を数える方法です。例えば、1、2、3を使った場合、偶数になる方法は1つ(1+3)、奇数になる方法は2つ(1+2、2+3)です。つまり、1、2、3の数字の場合、奇数になる可能性は2倍ということです。

しばらくの間、1、2、3で遊んだら、他の3枚のカードの組み合わせを試してみましょう。2、3、4の組み合わせでは、何か違いがあるでしょうか？1、3、5の組み合わせと、2、4、6の組み合わせでは、偶数しか出ません。なぜでしょうか？しばらくの間、3枚のカードで遊んだら、4枚以上のカードで試してみましょう。

ゲームとして楽しむには、一方のプレイヤーを「偶数」、もう一方のプレイヤーを「奇数」とします。12回ほど試してみた後、どちらがより多く成功したか見てみましょう。

### – 研究分析 –

この調査の楽しいところは、数字を使って遊ぶことができ、数学者になったような気分になれることです。前述の通り、3つの数字の異なるグループをいろいろと試してみましょう。いくつか試してみると、少なくとも1つの偶数と1つの奇数を含む3つの数字のグループはすべて同じような結果になることに、お子さんは気づくでしょう。しかし、すべての数字が奇数、またはすべての数字が偶数である場合、合計はすべて偶数になります。ここで、ある疑問が浮かびます。なぜそうなるのでしょうか？

いくつかの実験をすれば、小さな子どもでも美しい数論の法則に気づくでしょう。

- 偶数に偶数を足すと偶数になります
- 偶数に奇数を足すと奇数になります
- 奇数に奇数を足すと偶数になります

なぜこの法則が成り立つのでしょうか？数字の形のアクティビティを使って、2列のトークンで偶数と奇数を表します。これらの数を足したときに、2列が同じになるのはいつでしょうか？

この法則を発見すれば、お子さんは特定の数字はそれほど重要ではないことに気づくでしょう。1、2、3の数字と、3、4、5(あるいは3、12、17)の数字は、実際には違いがありません。分析は、偶数と奇数の数字の数によって決まります。

それを念頭に、3と4の数字のグループの可能性のある結果の表を以下に示します。

### 3つの数字:

- 3つの偶数、0つの奇数 - 3つの偶数和
- 2つの偶数、1つの奇数 - 1つの偶数和、2つの奇数和
- 1つの偶数、2つの奇数 - 1つの偶数和、2つの奇数和
- 0つの偶数、3つの奇数 - 3つの偶数和

### 4つの数字:

- 4 偶数、0 奇数 - 6 偶数和
- 3 偶数、1 奇数 - 3 偶数和、3 奇数和
- 2 偶数、2 奇数 - 2 偶数和、4 奇数和
- 1 偶数、3 奇数 - 3 偶数和、3 奇数和
- 0 偶数、4 奇数 - 6 偶数和

結果は驚くべきもので、子供が興味があれば、さらに多くのことを調査できます！5個、6個、あるいはそれ以上の数字ではどうなるのでしょうか？なぜ、偶数と奇数を入れ替えても結果は変わらないように見えるのでしょうか？たとえば、3個の偶数と1個の奇数では、1個の偶数と3個の奇数と同じ結果になります。3個の偶数と1個の奇数といった状況では、偶数と奇数の数が最初から不均衡であるにもかかわらず、なぜ結果は均衡になるのでしょうか？

これは、とても面白い算数で、小さな子どもでも遊べ、彼らの算数への興味を引き立たせるのに役立つはずです！

## 第3章 – グループの合計

これらのパズルでは、合計が目標値になるように数字をマス目に配置します。合計が目標値になるように、2つ、3つ、または4つの数字のグループを見つけます。グループのメンバーは共通の面を持たなければなりません。パズル内の各グループを識別するために、異なる種類の食品などのトークンを使用します。完成すると、パズル全体が識別されたグループで構成されます。

6	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="background-color: #d9ead3;">1</td><td style="background-color: #d9ead3;">2</td><td style="background-color: #f4cccc;">2</td></tr> <tr><td style="background-color: #f4cccc;">5</td><td style="background-color: #f4cccc;">3</td><td style="background-color: #f4cccc;">4</td></tr> <tr><td style="background-color: #f4cccc;">1</td><td style="background-color: #d9ead3;">3</td><td style="background-color: #d9ead3;">3</td></tr> </table>	1	2	2	5	3	4	1	3	3
1	2	2								
5	3	4								
1	3	3								

8	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="background-color: #f4cccc;">0</td><td style="background-color: #f4cccc;">8</td><td style="background-color: #d9ead3;">3</td><td style="background-color: #d9ead3;">2</td></tr> <tr><td style="background-color: #d9ead3;">2</td><td style="background-color: #d9ead3;">4</td><td style="background-color: #d9ead3;">4</td><td style="background-color: #d9ead3;">3</td></tr> <tr><td style="background-color: #d9ead3;">6</td><td style="background-color: #f4cccc;">5</td><td style="background-color: #d9ead3;">5</td><td style="background-color: #d9ead3;">7</td></tr> <tr><td style="background-color: #f4cccc;">1</td><td style="background-color: #f4cccc;">2</td><td style="background-color: #d9ead3;">3</td><td style="background-color: #d9ead3;">1</td></tr> </table>	0	8	3	2	2	4	4	3	6	5	5	7	1	2	3	1
0	8	3	2														
2	4	4	3														
6	5	5	7														
1	2	3	1														

これらのパズルは、特に数字の縛りの練習に最適です。鉛筆の代わりにトークンを使用することで、パズルシートを繰り返し使用することができます。

これらのパズルは、空のマス目から始めて、目標の合計になるペアやトリプルを使用してマス目の周りに数字を入れて作成します。パズルが一つの解のみだとより楽しくなりますが、そこまで心配する必要はありません。

6	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	2	5	3	4	1	3	3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table>	1	6	2	1	0	4	4	1	5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table>	1	2	3	5	3	4	1	3	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr> </table>	4	2	1	3	5	1	3	1	4	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table>	1	0	1	5	5	4	3	3	2																		
1	2	2																																																																		
5	3	4																																																																		
1	3	3																																																																		
1	6	2																																																																		
1	0	4																																																																		
4	1	5																																																																		
1	2	3																																																																		
5	3	4																																																																		
1	3	2																																																																		
4	2	1																																																																		
3	5	1																																																																		
3	1	4																																																																		
1	0	1																																																																		
5	5	4																																																																		
3	3	2																																																																		
6	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr> </table>	5	1	4	2	3	1	3	3	2	2	3	1	5	1	4	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	4	5	1	3	2	1	3	3	5	2	2	4	1	3	1	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>5</td><td>1</td></tr> </table>	1	5	2	4	3	2	3	2	1	1	2	4	3	3	5	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>	1	5	2	1	3	2	1	5	1	2	3	1	2	4	3	3
5	1	4	2																																																																	
3	1	3	3																																																																	
2	2	3	1																																																																	
5	1	4	2																																																																	
4	5	1	3																																																																	
2	1	3	3																																																																	
5	2	2	4																																																																	
1	3	1	2																																																																	
1	5	2	4																																																																	
3	2	3	2																																																																	
1	1	2	4																																																																	
3	3	5	1																																																																	
1	5	2	1																																																																	
3	2	1	5																																																																	
1	2	3	1																																																																	
2	4	3	3																																																																	
7	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>4</td></tr> </table>	2	4	3	5	2	1	6	1	4	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table>	2	6	1	1	4	5	4	3	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>7</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	7	1	3	0	3	4	1	6	3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td><td>0</td></tr> </table>	5	1	1	4	4	3	3	7	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>4</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr> </table>	4	4	3	1	2	2	6	1	5																		
2	4	3																																																																		
5	2	1																																																																		
6	1	4																																																																		
2	6	1																																																																		
1	4	5																																																																		
4	3	2																																																																		
7	1	3																																																																		
0	3	4																																																																		
1	6	3																																																																		
5	1	1																																																																		
4	4	3																																																																		
3	7	0																																																																		
4	4	3																																																																		
1	2	2																																																																		
6	1	5																																																																		
7	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>5</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>5</td><td>2</td></tr> </table>	5	2	1	1	6	1	2	6	3	4	3	1	4	3	5	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>6</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	6	1	4	1	4	5	2	3	3	2	3	4	1	6	3	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	4	5	2	1	3	1	3	4	2	3	4	2	3	2	2	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>2</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> </table>	2	5	3	4	1	5	4	3	6	2	1	6	6	1	2	5
5	2	1	1																																																																	
6	1	2	6																																																																	
3	4	3	1																																																																	
4	3	5	2																																																																	
6	1	4	1																																																																	
4	5	2	3																																																																	
3	2	3	4																																																																	
1	6	3	1																																																																	
4	5	2	1																																																																	
3	1	3	4																																																																	
2	3	4	2																																																																	
3	2	2	1																																																																	
2	5	3	4																																																																	
1	5	4	3																																																																	
6	2	1	6																																																																	
6	1	2	5																																																																	

8

5	1	7
1	2	3
6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9

1	0	9
4	6	5
4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9

5	4	3	6
7	4	2	3
2	5	3	6
8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

# 第3章 – 動物園の救出

## - ゲーム説明 -

このゲームでは、1から6までの2つのサイコロまたは数字カードのセットを使用します。各プレイヤーは6つのトークンを持ちます。動物のトークンがあれば、このゲームに最適です。各プレイヤーは、0から5までの数字が書かれたマスがある紙を持ちます。各プレイヤーは、6つのトークンをどこに置くかを決めます。1つのマスに複数のトークンを置いてかまいません。

プレイヤーのターンでは、サイコロを振るか、カードを2枚引いて2つの数字を作り、その差の数字を使用します。そのマスに自分のトークンがあれば、プレイヤーはトークンを1つ解放することができます。トークンをすべて救出できた最初のプレイヤーが勝ちとなります。

## - トークンの配置の戦略 -

プレイヤーは6つのトークンをどのように配置すべきでしょうか？まずは簡単な質問から始めましょう。1つのトークンを置くのに最適な場所はどこでしょうか。これは明らかに、最も起こりやすいマス内に置くべきでしょう。難しい分析を行うよりも、単純に可能性を列挙し、どの違いが最も起こりやすいかを確認しましょう。

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

結果を数えると、0-6、1-10、2-8、3-6、4-4、5-2となります。したがって、1が明らかに最良の選択であり、10/36の確率で発生します。1、2、3、0、4、5の順に頻度をランク付けすることができます。

より難しい問題は、トークンが複数ある場合の対処法です。これらの数字を見たら、もう少し年長の子供たちには、次のような質問をしてみましょう。「なぜ自分のトークンをすべて1に置かないの？」この質問の答えを知るために、トークンが2つだけで、1または2以外の結果はすべて無視するという、より単純な状況を想像してみましょう。そうすると、1が10/18の確率で、2が8/18の確率で出ます。両方のトークンを1に置いた場合、2回の投げで1と1を出さなければ勝てません。しかし、トークンを1と2に置いた場合、2回の投げで1と2、あるいは2と1を出せば成功です。これは、60%ほど可能性が高くなります。詳細な分析を行うよりも、直感に訴えるかなりシンプルな方法にしておきましょう。トークンのほとんどを1に、2番目に多い数を2に、そして0か3に1つずつ置くのです。勝てる保証はありませんが、長い目で見ればかなりうまくいくはずです！

# 第3章 – 最も可能性の高い和

## - 調査の紹介 -

12列の紙を用意します。各列には8マスずつマス目を書きます。左端の列には1から12までの数字をマス目に書きます。12個の数字の上にそれぞれトークンを1つ置きます。サイコロを2つ振ります。各ロールの後、サイコロの目の合計分のトークンを1マス右に移動させます。各トークンの目標は、ページの右端まで一番乗りすることです。

お子さんに、調査する質問をいくつか考えてもらいましょう。自然な質問としては、以下のようなものがあります。

- どのトークンが勝つのか、その理由は？
- どのトークンがよく、どのトークンが悪いのか？
- どのトークンが一番悪いのか？
- 列のマス目の数を減らしたり増やしたりすると、勝者はどう変わるでしょうか？

これらの質問に対する答えについて、お子さんに考えを説明させ、その後、お子さんに実験を行って考えを検証させます。

ラウンドが始まる前に、どのトークンが勝つか当ててみることで競争の要素を加えると、より楽しいでしょう！

## - 分析 -

これまでのゲームの分析と同様に、このゲームを分析する最も簡単な方法は、すべての可能性をリストアップすることです。

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

頻度をまとめると次のようになります。1-0、2-1、3-2、4-3、5-4、6-5、7-6、8-5、9-4、10-3、11-2、12-1。ちなみに、これはサイコロゲームで2つのサイコロの目を合計する際に覚えておくと便利な数字です！

つまり、1は常に負け、7が最も勝ちやすいということになります。しかし、7と6や8の頻度の差はそれほど大きくありません。数回振っただけでは、どちらが勝つか確実な予測を立てるのは非常に難しいでしょう。7が最終的に勝つと保証できるのは、何回も試してみた時だけです。

## 第3章 - 数独のバリエーション

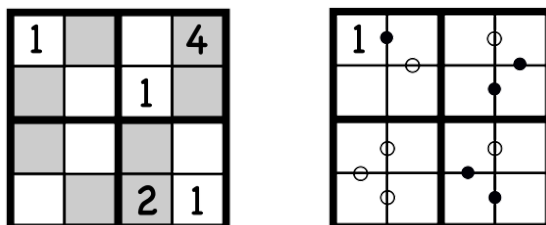
世界には数多くの数独のバリエーションがあり、さらにそれらに似たパズルも数多く存在します。このセクションでは、それら数独のバリエーションのうちの5つを取り上げます。これらはすべて、「ラテン方陣」のルールに従っています。つまり、各行および各列には、数字がそれぞれ1つずつしか配置されないというルールです。

これらのいずれの数独も、該当するタイプの完成したパズル(ラテン方陣またはジグソー数独)から始めることで作成できます。第1章から第2章のボーナス教材で提示されている数独の解答は、すべてこの目的に役立つはずですが、解答を手に入れたら、この特別なパズルに必要な追加情報を追加し、いくつかまたはすべての数字を削除します。

### - パズル数独の詳細情報 -

これら2つのパズルタイプはラテン方陣で、各サブセクションの各数字は1回しか出現できないという制限が追加されています。これらには、パズル数独パズルであること以外にも、他の特性があります。

**奇偶数独。**これらのパズルでは、偶数は灰色です。この追加情報により、これらのパズルは非常に簡単になる傾向があり、多くの場合、ほとんどすべての数字を削除することが可能です。



**数独ドット。**通常の数独と同じですが、セル間に2種類の点が追加されます。白い点の場合、2つの数字は1ずつ区切られます。黒い点の場合、一方の数字がもう一方の数字の半分になります。偶数と奇数のパズルと同様に、この追加情報によってこれらのパズルも非常に簡単になり、ほぼすべての数字を削除できるようになります。

### - 数独と足し算引き算 -

これらのパズルは、それぞれに目標数字が割り当てられたサブ領域に分割されています。標準の数独とは異なり、パズルがラテン方陣である限り、サブ領域内で数字を繰り返すことが許されています。サブ領域に1マスしかない場合、目標数字はそのマスの値となります。

数独パズルでは、サブエリア内のすべての数値の合計が指定されたターゲット数値になります。差の数独パズルでは、すべてのサブ領域に1つまたは2つの正方形があります。サブ領域に2つの正方形がある場合、これら2つの数値の差が指定されたターゲット数値になります。

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

和の数独パズルでは、足し算と引き算の両方が使用されます。サブ領域には「+」または「-」のマークが付けられ、合計するか異なるかを示します。

通常、3種類のパズルには数字は記入されていません。もちろん、1マスからなるサブ領域には、本来は数字が記入されたマスがあります。幼いお子さんには、お子さんのレベルに合ったパズルを作るために、たかさんの数字を最初から記入してあげると良いでしょう。

計算問題に変化を持たせるには、4×4の通常の1から4の代わりに、異なる数字のグループを使用します。例えば、1、3、5、7の数字を使用します。そうする場合は、お子さんが何を使用すべきか分かるように、パズルの上に数字をリストアップします。

## 第3章 - 何通りの方法

選択肢の数を数えると、興味深い結果が得られることがあります。このような数え方のほとんどは、系統的に行うことで理解が深まります。これは子どもにとっては難しいことですが、それでいいのです。子どもたちに自由に試させ、探索を楽しんでもらいましょう。系統的に行うことは、子どもがもう少し大きくなってからでもできます。

### - 調査1 -

赤と青の2色だけで絵を描く場合、帽子、目、マントのあるモンスターを何通り描くことができるでしょうか？帽子とマントだけを色づけした場合、どう変わるでしょうか？3色使った場合、あるいはそれぞれの色を1回しか使えない場合はどう変わるでしょうか？

この調査を洗練された方法で行うには掛け算が必要ですが、まだ時期尚早です。しかし、お子さんはこれらのアイデアを試して、この種の数え方を感覚的に理解し始めることができます。

これらの質問を一つずつ考えてみましょう。帽子は赤か青、目は赤か青、マントは赤か青のどれかです。色を塗る対象が一つ増えるごとに、可能性は2倍になります。したがって、2を2倍にしてさらに2倍にすると、8通りの可能性が生まれます。これを理解するには、リスト化するのが良い方法です。Rを赤、B青とし、帽子、目、マントの順に色をリスト化します。可能性は、RRR、RRB、RBR、RBB、BRR、BRB、BBR、BBBです。

帽子とマントだけを色づけすると、2つの組み合わせが4通りになります。この場合のリストは、RR、RB、BR、BBとなります。

色づけする対象が3つで、それぞれに3色ずつ使える場合、 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 通りの組み合わせが考えられます（非常に多くの組み合わせです）。

一般的に、互いに影響しないイベントがある場合は、可能性を掛け合わせます。各色を1回しか使用できない場合、イベントは互いに制限し合い、影響し合います。3番目の色としてG(緑)を使用して、それらを列挙してみましょう：RBG、RGB、BGR、BRG、GRB、GBR。

### - 調査2 -

あなたは5つの同じキャンディーを持っています。2つの赤いキャンディーと3つの青いキャンディーにするには、何通りの色付けができますか？

紙を2枚に「R」、3枚に「B」とマークします。お子さんは、これらを並べる10通りの方法で遊ぶことができます。並べ方は次の通りです：RRBBB、RBRBB、RBBRB、RBBBR、BRRBB、BRBRB、BRBBR、BBRRB、BBBRB、BBBBR。この問題の解き方の一つとして、赤のマスを2つ決めたら、青は残りの3つのマスに配置するしかない、という方法があります。興味深いことに、青のピースを先に3つ配置するという別の方法もあります。

この問題を楽しんでいるなら、3つの数字を変えて試してみましょう。ただし、2つの小さい数字を合計するとキャンディーの総数になるようにしてください。

- 調査3 -

1と2の数字を足して合計を出す方法をすべて見つけましょう。順番を考慮する場合としない場合の両方でやってみましょう。

順番は考えないでください。4までの合計を出す例を見てみましょう。可能性としては、 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 、 $2+2$ の3通りです。さらにいくつかの例を試してみると、2を使って4以下の数字になるように足し合わせる方法の数を数えていることに気づきます。2は0個から2個まで使用できるので、3通りの方法があるのです。一般的に、答えは偶数の場合はその数の半分より1つ多い数、奇数の場合はその数の半分より1つ多い数になります。

順番を考慮します。4の例では、 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 、 $1+2+1$ 、 $1+1+2$ 、 $2+2$ の5通りです。つまり、5通りの方法があるということです。多くの例で試してみて、結果を表にしてみましょう。以下のような結果になるはずです(まあ、おそらく10までは数えなかったでしょう)。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

これらの数字を見て、お子さんはそれぞれの数字のペアが次の数字に足し合わさっていることに気づくでしょう。なぜこのようなことが起こるのでしょうか？これらの数字はフィボナッチ数と呼ばれ、驚くほど頻繁に現れます。

この調査でこれらの数字が現れる理由を見るには、4の例を見て、合計で使われた最後の数字を見てください。最後の数字は1か2です。1であれば、それ以前の数字の合計はすべて3になります。最後の数字が2であれば、それ以前の数字の合計はすべて2になります。つまり、合計が4になる数字の数は、合計が3になる数字の数と合計が2になる数字の数の合計になります。

＜より大きな数字＞もしこのゲームを楽しんでいるなら、1から3までの数字、あるいは1から4までの数字を含む合計の出し方を試してみましょう。これらのケースでパターンを見つけるのははるかに難しいですが、数字で遊ぶのは同じように楽しいでしょう。

# 第3章 – カードの順番

## - 序章 -

今回の課題は、1から5までの番号が振られたカードの山を、次の条件を満たすように積み重ねることです。

一番上のカードは1である。この一番上のカードを脇に置く。次のカードをデッキの一番下に移動させる。次のカードは2であり、脇に置く。次のカードをデッキの一番下に移動させる。すべてのカードが順番に脇に置かれるまで続ける。

お子さんが1から5まで簡単にできるようになったら、より大きな数字の範囲で同じことをするようにお子さんに挑戦させてみましょう。

## - 整理すると -

このパズルで難しいのは、系統立てて考えることです。どんな大きさのカードの山でも、あれこれ試しているうちに最終的には答えにたどり着けます。もっと簡単に答えを導くための興味深いパターンを探してみましょう。

テーブルの上にカードを順番に並べてみます。最初の数ケースの答えは以下の通りです。矢印の後に記載された数字は、カードを1回通した後の残りのカードの順番を示しています。

1

1 2-> 2

1 3 2-> 3

1 3 2 4-> 3 4

1 5 2 4 3-> 5 4

1 4 2 6 3 5-> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4-> 6 5 7

カードの枚数が偶数(例えば6枚)の場合、奇数位置にはカードの前半分(この場合は3枚)が順に配置され、他の位置には、半分の枚数だけ値が上がる場合の解決策が用いられます。6枚のカードの例では、奇数位置には1、2、3が、偶数位置には4、6、5が配置され、1、3、2(3枚のカードのデッキの解)の値はそれぞれ3ずつ増加します。奇数枚のカードの場合のパターンはやや複雑です。奇数個の空欄には、先ほどと同様に、最初のほぼ半分の数字(7の場合は1から4)を記入します。例を見てみると、矢印の後に移動する最初のカードは最後に移動することになるので、その順番で最後に表示したいカードであるべきです。この観察の後、答えは偶数枚の場合と同様に進みます。

# 第3章 - 差のピラミッド

## - 説明 -

1から6までの数字をピラミッド型に配置する問題です。一番上の行には1枚、2番目の行には2枚、3番目の行には3枚のカードを置き、それぞれの数字は、その下にある2つの数字の差とします。

もしお困りの場合は、次の2つのヒントが役立つでしょう。6は、どの数字の差にもなり得ないため、一番下の行になければなりません。同様に、5は一番下の行か、6と1の上の行になければなりません。

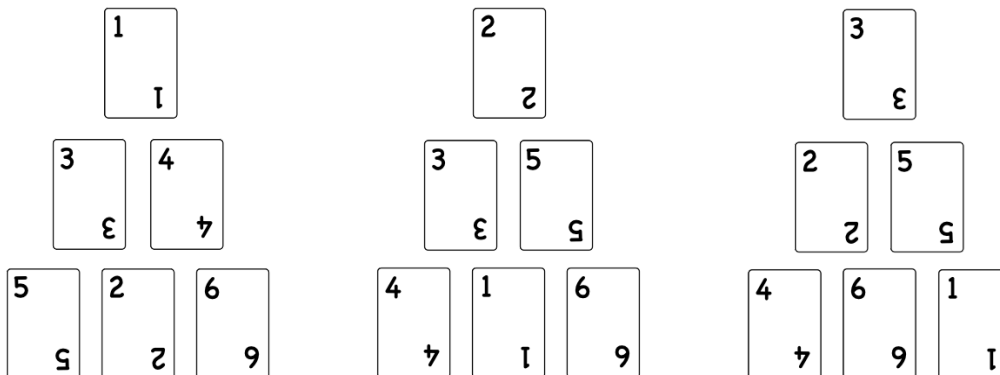
## - 「異なる」解とは何でしょうか？ -

お子さんがこのパズルを簡単に解けるようであれば、解き方をすべて見つけ出すようお子さんに挑戦させてみましょう。2つの解が異なるとはどういうことかについて話し合います。1つの解がもう1つの解の鏡像である場合、それは異なる解と見なされるべきでしょうか？

解が異なる理由を考えることは、最初にやっておくと役に立ちます。どの解の鏡像も簡単に作ることができ、それも解であるため、鏡像は無視するのが妥当です。鏡像を無視することで、検討すべきソリューションの数が半分に減ります。

例えば、最下段の6は、真ん中か右側にもあると仮定できます。5についても同様に考えると、最下段の配置は4通りしか考えられません。5 a 6、b 5 6、c 1 6、または d 6 1です。

この時点で、a、b、c、dのさまざまな値を検討する必要があります。試行錯誤を繰り返すと、aは2、bは不可能、cは4、dは4であることがわかります。つまり、鏡に映った像を無視すると、解決策は3つだけです。



### - より大きなピラミッド -

1から10までのカードを使って、4列のピラミッドを作ってみましょう。これはかなり複雑です。いくつかのカードを置くことはできますが、その後は決断力が必要です。10は2枚のカードの差分にはなり得ないので、一番下の列に置く必要があります。同様に、9は一番下の列か、1と10の上の2番目の列に置くこととなります。8と7のカードも、可能性を排除するために使用するのに適したカードです。つまり、一番下の列は以下のいずれかになります(左右対称のカードは無視します)。

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

これは、たくさんの可能性を考えないといけなくて大変ですね...

幸いにも、8と7がどこに行けるかを考慮すると、可能性は以下のリストに絞られます(間違いがないと仮定して!)。一番下の行を完成させれば、残りの各行も簡単に完成させることができます。

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

サイズ15、21、またはそれ以上のピラミッドは、本当に熱心な方のみにおすすめします。幸運を祈ります。算数を楽しんでください!